

# Vorwort

Den Mathematikwettbewerb „Känguru der Mathematik“ gibt es in Europa seit Anfang der neunziger Jahre. Die Idee zu diesem Wettstreit kommt aus Australien, und erklärtes Ziel war und ist es, Schülerinnen und Schülern durch die Art der Aufgaben und die Form der Durchführung als Multiple-Choice-Wettbewerb Lust auf die Beschäftigung mit Mathematik zu machen. „Känguru der Mathematik“ ist zum größten Mathematikwettbewerb der Welt mit weit über fünf Millionen Teilnehmern jährlich geworden.

Beim Wettbewerb gibt es fünf Teilnehmergruppen, Ecolier, Benjamin, Cadet, Junior und Student. Der Gruppe Ecolier entspricht dabei die 3. und 4. Klassenstufe, der Gruppe Benjamin die 5. und 6. Klassenstufe usw. Jede Gruppe hat ihr altersspezifisches Paket von Aufgaben, die dann während des Wettbewerbs in 75 Minuten zu lösen sind.

Ausschlaggebend dafür, dass der Känguruwettbewerb großen und nach wie vor zunehmenden Anklang findet, sind die Aufgaben. Sie sind anregend, lustig, ein bisschen überraschend, alltagsnah und erstaunlich abwechslungsreich. Sie sind das Werk von Mathematikenthusiasten aus knapp 50 Ländern, die sich in der Assoziation „Kangourou sans frontières“ mit Sitz in Paris zusammengefunden haben und sich gemeinsam ideenreich dafür einsetzen, dass durch den Känguru-Wettbewerb Mathematik mit mehr Freude erlebt wird. Die unterschiedlichen mathematischen und mathematikdidaktischen Traditionen in den Teilnehmerländern, die sorgfältigen kreativen Zuarbeiten aller Beteiligten sind Garant dafür, dass Jahr für Jahr eine neue attraktive Aufgabenmischung entsteht, Aufgaben, die Spaß machen und sich vom Alltäglichen des Mathematikunterrichts auf eine bereichernde Art abheben.

Für die vorliegende Aufgabensammlung wurden die Beispiele der Gruppe Ecolier aus den Jahren 1997 bis 2010 gesichtet, sortiert, den Gebieten Rechnen, Geometrie und Logik zugeordnet und inhaltlich gruppiert. Die Aufgaben sind entsprechend ihrer Wertigkeit im Rahmen des Känguru-Wettbewerbs mit einem, zwei oder drei Sternchen markiert und im Buch in der Regel nach steigender Schwierigkeit geordnet. Am Ende einer jeden Aufgabe findet sich die Angabe, in welchem Jahr sie zu lösen war.

Um bei den Aufgaben des Känguruwettbewerbs das Kreuz an der richtigen Stelle zu setzen, gibt es neben dem Lösen des mathematischen Problems auch die Möglichkeit, sich die Tatsache zunutze zu machen, dass genau einer der fünf Lösungsvorschläge richtig ist. Es können falsche Vorschläge aussortiert und – wenn es gelingt, *vier* falsche aufzuspüren – der verbleibende als der richtige angekreuzt werden. Das ist legitim – und es ähnelt im Übrigen einer auch für das reale Leben sinnvollen Strategie, sich der Lösung eines Problems zu nähern. Das ursprüngliche mathematische Problem ist damit meist nicht, jedenfalls nicht vollständig, bearbeitet. Dennoch werden oft interessante Überlegungen zu diesem Aussortieren herangezogen. Einige solcher Lösungsvarianten finden sich im Buch.

Die Herausgeber sind in ihren Ländern, Deutschland, Österreich und der Schweiz, Ansprechpartner für den Känguruwettbewerb. Dort hat sich der Wettbewerb einen festen Platz an den Schulen erobert. Um die interessanten Aufgaben über den Kreis der unmittelbaren Wettbewerbsteilnehmer hinaus bekannt zu machen und auf diese Weise auch zu einer Bereicherung des Aufgabenmaterials für den Mathematikunterricht beizutragen, wurden die mathematisch attraktivsten herausgesucht und zu der vorliegenden, 216 Beispiele umfassenden Sammlung zusammengestellt. Damit sollen nicht nur Schülerinnen und Schüler, die sich gern mit Mathematikaufgaben beschäftigen, ein kurzweiliges Übungsbuch in die Hand bekommen. Zielgruppe sind ebenso Lehrerinnen und Lehrer, die ergänzendes Material für den Unterricht und die außerunterrichtliche Förderung suchen, sowie Eltern und Großeltern auf der Suche nach einem Beschäftigungsbuch.

Am Entstehen der Aufgabensammlung haben viele mitgewirkt. Zuallererst sind es die Erfinder der Aufgaben in den 50 Teilnehmerländern. Hinzu kommen jene, die an der Erarbeitung der deutschsprachigen Aufgabenstellungen, an der Ausarbeitung und Korrektur der Lösungshinweise mitgewirkt haben. Neben den Herausgebern waren dies Antje Noack, Bernd Noack, Alexander Unger und Dorothea Vigerske aus Deutschland, Vera Aue, Renate Gottlieb, Gottfried Perz, Gerhard Plattner und Andrea Windischbacher aus Österreich sowie Maria Cannizzo und Alfred Vogelsanger aus der Schweiz.

# 3 Logik

Logisches Denken, Strukturieren, Schlussfolgern und Kombinieren sind Fähigkeiten, die für die Bearbeitung aller mathematischen Probleme erforderlich sind. In den beiden Kapiteln Rechnen und Geometrie finden wir durchweg Anforderungen an das logische Denken. Darüber hinaus gibt es jedoch viele Aufgaben, die sich nur schwer diesen Gebieten zuordnen lassen. Bei solchen Problemen geht es vorrangig darum, die Lösung mit etwas gesundem Menschenverstand zu finden. Logisches Schließen und geschicktes Kombinieren sind gefragt. Welche Varianten bleiben für eine Anordnung von Dingen nach bestimmten Regeln? Welches Muster steckt hinter einer Folge mehrerer Figuren? Welche Zahl besitzt die beschriebenen Eigenschaften? Welche Hinweise im Text führen zu einer richtigen Kombination, wo ergeben sich Widersprüche?

Dies sind Fragen, die ein aufmerksames Lesen des Textes und dazu etwas Probieren, Vermuten und Schlussfolgern erfordern. Solche Klobeleien bereiten erstaunlich viel Spaß, wecken Lust auf mehr Mathematik und bilden daher einen wichtigen Teil der Känguru-Aufgaben, von denen wir eine bunte Auswahl zusammengestellt haben.

## Logik zum Warmwerden

**A 3.1**

**A 3.1** Wenn  $\heartsuit + 8 = \heartsuit + \heartsuit + \heartsuit$  gilt, welche Zahl verbirgt sich dann unter dem Herz?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**A 3.2**

**A 3.2** Zwei Volleyballmannschaften spielen so oft, bis eine Mannschaft viermal gewonnen hat. Wie oft müssen sie höchstens spielen, um den Sieger festzustellen?

- (A) 8-mal      (B) 7-mal      (C) 6-mal      (D) 5-mal      (E) 4-mal



**A 3.3**

**A 3.3** Miriam hat ihrer Mutter, ihrer Oma, ihrer Tante und ihren beiden Schwestern zu Ostern je einen Blumenstrauß geschenkt. Wir wissen, dass die Blumen für die Schwestern und die Tante alle dieselbe Farbe hatten, und dass die Großmutter keine Rosen bekommen hat. Welchen Strauß bekam die Mutter?

- (A) gelbe Tulpen      (B) rosa Rosen      (C) rote Nelken  
(D) gelbe Rosen      (E) gelbe Nelken

★  
2008**A 3.4**

**A 3.4** Harry würfelt gleichzeitig mit vier Würfeln und zählt insgesamt 23 Augen. Wie viele der vier Würfel zeigen eine Sechs?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

★  
2009**A 3.5**

**A 3.5** Matthias und Klara wohnen in einem Hochhaus. Matthias wohnt 12 Stock über Klara. Eines Tages besucht Klara Matthias und geht dabei die Treppen hinauf. Auf halbem Weg ist sie im 8. Stock. In welchem Stock wohnt Matthias?

- (A) im 12.      (B) im 14.      (C) im 16.      (D) im 20.      (E) im 24.

★★  
2010**A 3.6**

**A 3.6** Die zwei Katzen Tiny und Tony und die beiden Hunde Dim und Dill begegnen einander. Tiny fürchtet sich vor beiden Hunden, während Tony zwar vor Dim Furcht hat, mit Dill jedoch befreundet ist. Welche der folgenden Aussagen ist sicher falsch?

- (A) Jede Katze fürchtet sich vor irgendeinem der Hunde.  
(B) Es gibt eine Katze, die sich vor einem der Hunde nicht fürchtet.  
(C) Es gibt einen Hund, vor dem sich beide Katzen fürchten.  
(D) Vor jedem der Hunde fürchtet sich mindestens eine Katze.  
(E) Es gibt einen Hund, der mit beiden Katzen befreundet ist.

★★  
2005

**A 3.7**

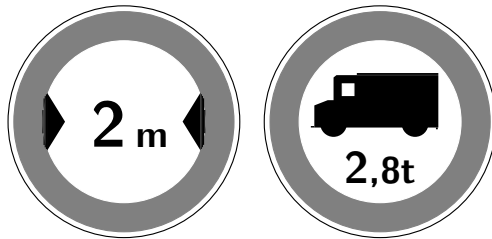
**A 3.7** Timo hat sich von seiner Schwester Jana einen blau-rot-grün-schwarz-weiß gestreiften Fan-Schal seiner Schulmannschaft gewünscht. Den ersten Streifen strickt Jana mit blauer Wolle, dann folgt rot. Nach dem 13. Streifen macht sie eine Pause. Mit welcher Farbe muss sie weiterstricken?

- (A) blau (B) rot (C) grün (D) schwarz (E) weiß

★★  
2010

**A 3.8**

**A 3.8** An der Brücke, die nicht weit von unserer Schule über den Bach führt, stehen die beiden rechts abgebildeten Verkehrsschilder. Auf einem ist die maximal zulässige Breite, auf dem anderen das maximal zulässige Gewicht angegeben. Welcher der folgenden Lastkraftwagen darf die kleine Brücke nicht passieren?



- (A) der 160 cm breite, 1500 kg schwere  
(B) der 180 cm breite, 2000 kg schwere  
(C) der 195 cm breite, 1600 kg schwere  
(D) der 190 cm breite, 2950 kg schwere  
(E) der 165 cm breite, 1950 kg schwere

★★  
2005

**A 3.9**

**A 3.9** Drei Fliegen machen einen Spaziergang auf dem Metermaß. Fliege Alice wird als erste müde und ruht sich bei Nummer 24 aus. Fliege Betty ist am muntersten und marschiert bis zur 66 durch. Fliege Cynthia wählt zum Ausruhen genau die Mitte zwischen beiden aus. Auf welcher Zahl sitzt Cynthia?

- (A) 33 (B) 35 (C) 42 (D) 45 (E) 48

★★  
2005

# 3 Logik

## Logik zum Warmwerden

**L 3.1 (C)** – Wir überlegen uns, dass sich an der Gleichheit nichts ändert, wenn wir auf beiden Seiten ein Herzchen wegnehmen. Dann sind also zwei Herzchen so viel wie eine 8, das heißt, einem Herzchen entspricht 4. Und setzen wir das ein, erhalten wir auch  $4 + 8 = 4 + 4 + 4$ .

Eine andere Möglichkeit, diese Aufgabe zu lösen, besteht darin, die als Lösungen vorgeschlagenen Zahlen einzusetzen, um zu erkennen, bei welcher es passt.

**L 3.2 (B)** – Natürlich müssen mindestens vier Spiele gespielt werden, wenn eine Mannschaft viermal gewinnen soll. Am längsten dauert es, den Sieger zu ermitteln, wenn beide Mannschaften zunächst dreimal gewinnen. Aber im siebten Spiel, was dann das letzte wäre, gewinnt eine der Mannschaften das vierte Mal, und der Sieger steht fest. Dabei muss man allerdings wissen, dass es beim Volleyball kein Unentschieden gibt.

**L 3.3 (B)** – Festgelegt ist, dass die beiden Schwestern und die Tante gleichfarbige Sträuße bekommen. Damit ist klar, dass dies die drei gelben Sträuße sein müssen. Zur Auswahl stehen jetzt noch rosa Rosen und rote Nelken. Da die Großmutter keine Rosen bekommt, gehen diese an die Mutter.

**L 3.4 (D)** – Die maximale Augenzahl, die Harry mit 4 Würfeln erzielen kann, sind  $4 \cdot 6 = 24$  Augen. Er hat nur ein Auge weniger gewürfelt, was sich nur mit drei Sechsen und einer Fünf erreichen lässt.

**L 3.5 (B)** – Die sportliche Klara läuft 12 Stockwerke hoch. Sie macht nach der Hälfte eine Pause, also nachdem sie  $12 : 2 = 6$  Etagen hochgelaufen ist. Da sie dann im 8. Stock ist und noch 6 Etagen zu laufen hat, wohnt Matthias in der Etage  $8 + 6 = 14$ .

**L 3.6 (E)** – Da Katze Tiny sich vor beiden Hunden fürchtet, kann es – entgegen der Aussage **(E)** – keinen Hund geben, der mit beiden Katzen befreundet ist. Diese Aussage ist somit die gesuchte falsche Aussage. Aus dem gleichen Grund, aus dem **(E)** falsch ist, ist **(D)** richtig. Weil sich beide Katzen vor Dim fürchten, sind **(A)** und **(C)** wahr, und weil sich Tony nicht vor Dill fürchtet, ist **(B)** wahr. Die Aussagen **(A)** bis **(D)** sind also richtig.

**L 3.7 (D)** – Wie Jana die Streifen in dem Fan-Schal strickt, kann einfach ausgezählt werden. Sie strickt blau-rot-grün-schwarz-weiß und wieder blau-rot-grün-schwarz-weiß und weiter blau-rot-grün, und dann folgt die Pause. Der 14. Streifen ist schwarz, ebenso wie der 4. Streifen und der 9. Streifen. Hier